1. ELEMENTE DE CIRCUIT

1.1. Circuite electrice şi elementele acestora

Circuitele sau *rețelele electrice* intervin în producerea energiei electromagnetice, transportul, distribuția la locul de utilizare şi conversia acestei energii în alte forme utile. Ele sunt constituite prin interconectarea elementelor de circuit, adică a unor elemente fizice, dintre care se exemplifică: rezistorul, bobina, condensatorul electric, dioda, tranzistorul, amplificatorul operațional.

Elementele ideale de circuit sunt obiecte idealizate în sensul că interacțiunea electromagnetică cu exteriorul poate fi complet caracterizată printr-un sistem de curenți şi un sistem de tensiuni electrice.

Un element de circuit posedă un număr oarecare de *borne* sau *accesuri* prin care se realizează legăturile cu alte elemente. Fiecare bornă este caracterizată prin intensitatea curentului absorbit şi prin potențialul electric față de un punct de referință. Diferența de potențial dintre două borne se va numi *tensiune electrică* între aceste borne. Un element cu *n* borne se va numi *multipol electric* sau *n-pol electric* (fig. 1.1) dacă satisface următoarele condiții:

a) suma algebrică a intensităților curenților care intră în accesuri este nulă în orice moment;
b) de-a lungul oricărei curbe ce uneşte două accesuri precizate, fără a intersecta elemente de circuit, tensiunea electrică are aceeaşi valoare;
c) puterea instantanee *p* primită din exterior de un multipol este

$$p = \sum_{k=1}^{n} v_k i_k \ . \tag{1.1}$$

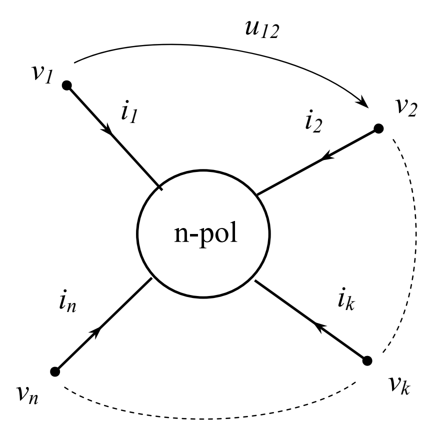


Fig. 1.1

În particular, un element cu două borne se va numi *element dipolar* sau *dipol*, un element cu trei borne se va numi *tripol*, iar dacă are patru accesuri se va numi *cuadripol*.

Două borne asociate constituie o *poartă* dacă intensitățile curenților sunt egale şi opuse ca sens pentru cele două borne. Un circuit accesibil prin n porți se numeşte *multiport* sau *n-port* (fig. 1.2). În particular, un element cu numai două porți de acces se va numi *diport* (fig. 1.3).

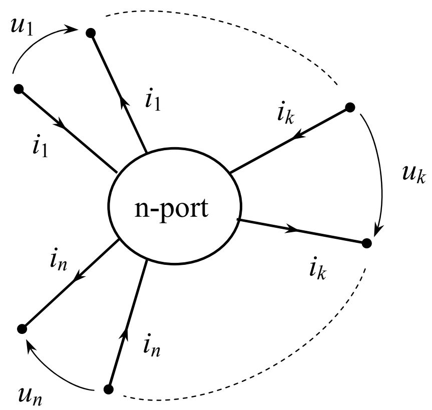


Fig. 1.2

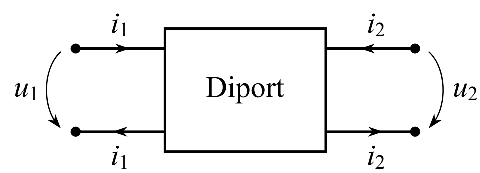


Fig. 1.3

Condițiile a), b) şi c) care fac parte din definiția generală a n-polului rămân valabile şi în cazul n-portului.

Evoluția unui n-port se poate descrie utilizând vectorul (matricea coloană) tensiunilor şi vectorul curenților porților:

$$\mathbf{u} = [u_1 \dots u_k \dots. u_n]^{\mathrm{t}}, \quad \mathbf{i} = [i_1 \dots i_k \dots. i_n]^{\mathrm{t}} \tag{1.2}$$

unde t indică transpusa matricei.

Pereche compatibilă de mărimi ale n-portului va fi numită orice combinație $(\mathbf{u}, \mathbf{i})$ realizată simultan de acesta.

Elementele de circuit pentru care relațiile între tensiuni şi curenți sunt liniare (neliniare) se numesc *elemente liniare* (*neliniare*) *de circuit*. Dacă relațiile liniare dintre curenți şi tensiuni conțin coeficienți variabili în timp, *elementele de circuit* sunt *parametrice*.

Elementul de circuit pasiv este acela pentru care

$$W(t_2) - W(t_1) \leq \int_{t_1}^{t_2} p dt, \tag{1.3}$$

pentru orice interval de timp (t_1, t_2), unde cu W s-a notat energia electromagnetică internă a elementului. Creşterea energiei electromagnetice interne a unui astfel de element nu depăşeşte valoarea energiei electromagnetice primite din exterior. *Elemente de circuit active* sunt acelea care nu respectă condiția (1.3).

În condițiile particulare:

$$\begin{aligned} u_k &= e, \\ u_j &= 0,\ j = \overline{1,n}\ ,\ j \neq k, \end{aligned} \tag{1.4}$$

se notează cu i_j intensitatea curentului la poarta *j*, iar în condițiile:

$$\begin{aligned} u_j' &= e, \\ u_k' &= 0,\ k = \overline{1,n}\ \ ,k \neq j, \end{aligned} \tag{1.5}$$

se notează cu i_k' intensitatea curentului la poarta *k*.

Element de circuit n-port reciproc este acela pentru care, în condițiile precizate, există egalitatea:

$$i_j = i_k' \tag{1.6}$$

În caz contrar, elementul de circuit este *nereciproc*.

Interconectând elemente de circuit dipolare, prin suprapunerea unor borne, se obține un *circuit electric dipolar ideal* dacă:

a) Elementele de circuit sunt ideale;

b) Curentul electric este nul prin orice suprafață care taie exclusiv fire legate la accesuri;

c) Tensiunea electrică este nulă de-a lungul oricărei curbe închise formată din linii ale tensiunilor la borne.

1.2. Elemente dipolare de circuit

Borna de conexiune a unui element de circuit se mai numeşte şi *pol*. Elementele cu două borne se numesc *elemente de circuit dipolare* sau *elemente de circuit uniport*.

Elementul uniport poate fi *generator* sau *receptor*, după cum puterea momentană *p* este negativă sau pozitivă, convenția de asociere a sensurilor tensiunii şi curentului fiind ilustrată în fig. 1.4.

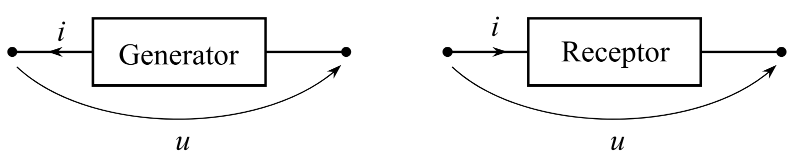


Fig. 1.4

Elementele dipolare pentru care există o relație de definiție se numesc *elemente dipolare normale*.

1.2.1. *Sursa ideală de tensiune*

Elementul dipolar ideal, capabil să mențină între bornele sale o tensiune electrică independentă de curentul debitat, se numeşte *sursă ideală de tensiune* (SIT). Simbolurile asociate acestui element sunt cele din fig. 1.5.

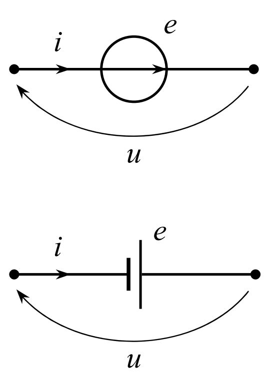


Fig. 1.5

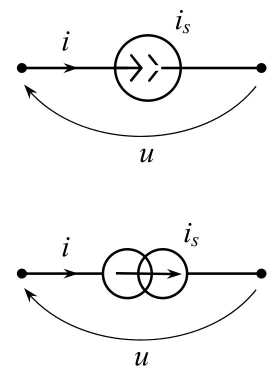


Fig. 1.6

Corespunzător sensurilor precizate pentru u şi i, relația de definiție este:

$$u = e\,, \tag{1.7}$$

care arată că tensiunea la bornele sursei este egală cu tensiunea electromotoare a acesteia. Puterea electrică dată în exterior (la borne) este:

$$p = u\,i = e\,i\,. \tag{1.8}$$

1.2.2. *Sursa ideală de curent*

Elementul dipolar ideal care debitează un curent de intensitate precizată i_s, independentă de tensiunea între bornele sale, se numeşte *sursă ideală de curent* (SIC). Simbolurile asociate pentru SIC sunt cele din fig. 1.6. Relația de definiție este:

$$i = i_s\,, \tag{1.9}$$

iar puterea electrică dată în exterior, pe la bornele sale, este:

$$p = ui = ui_s\,, \tag{1.10}$$

pentru sensurile de referință precizate în fig. 1.6.

1.2.3. *Rezistorul ideal*

Elementul dipolar pur disipativ, pentru care relația de definiție este

$$u = f(i) \qquad \text{sau} \qquad i = g(u), \tag{1.11}$$

se numeşte *rezistor ideal*. Atunci când funcțiile f şi g sunt liniare, elementul se numeşte *rezistor ideal liniar*, cu relația de definiție de forma

$$u = R\,i \qquad \text{sau} \qquad i = G\,u, \tag{1.12}$$

în care R este *rezistența electrică* a rezistorului, iar G este *conductanța electrică* a acestuia. Simbolurile uzuale pentru rezistorul liniar sunt cele indicate în fig. 1.7.

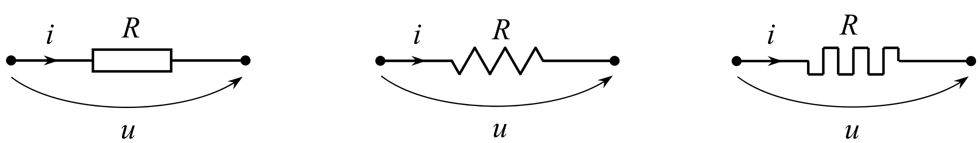


Fig. 1.7

Puterea electrică disipată de un rezistor liniar este:

$$p = u\,i = R\,i^2 = G\,u^2. \tag{1.13}$$

Scurtcircuitul (fig. 1.8.a) este un rezistor de rezistență nulă sau o sursă de tensiune ideală având $e(t) \equiv 0$.

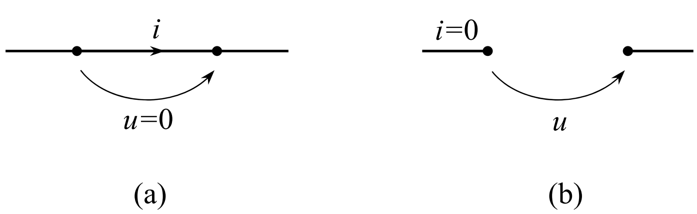


Fig. 1.8

Latura întreruptă (fig. 1.8.b) se poate considera ca un rezistor cu conductanța nulă sau ca o sursă de curent ideală pentru care $i(t) \equiv 0$.

Relațiile (1.11), numite *caracteristici ale elementului dipolar*, pot conține funcții neliniare, caz în care ele descriu *rezistorul neliniar*, simbolurile grafice uzuale fiind cele din fig. 1.9.

Fig. 1.9

Elementele neinerțiale sunt acelea pentru care modul de variație în timp a mărimilor nu afectează caracteristicile, iar *elementele inerțiale* sunt elementele care nu satisfac această condiție. Pentru regimuri normale de funcționare, majoritatea elementelor de circuit pot fi considerate ca neinerțiale.

Elementul bilateral este acela pentru care caracteristica prezintă simetrie în raport cu originea. În cazul *elementelor nebilaterale*, caracteristica nu este simetrică în raport cu originea axelor, inversarea bornelor conducând la modificarea funcționării lor.

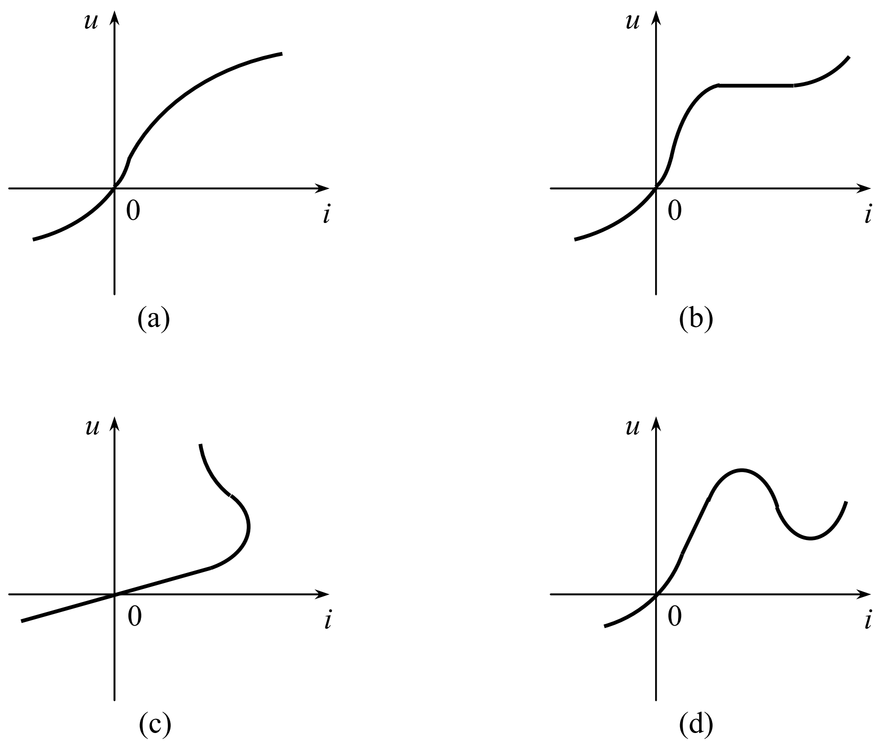


Fig. 1.10

Caracteristica unui rezistor neinerțial poate fi:

- *strict monoton crescătoare* (fig. 1.10.a), dacă pentru oricare două puncte ale caracteristicii, (u_1, i_1) și (u_2, i_2), relația $u_2 > u_1$ implică $i_2 > i_1$;

- *monoton crescătoare* (fig. 1.10.b), dacă $u_2 > u_1$ implică $i_2 \geq i_1$;

- *controlabilă în tensiune* (fig. 1.10.c), dacă unei valori precizate a tensiunii îi corespunde o valoare unică a curentului, existând o funcție $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ astfel încât $i = g(u)$ să reprezinte caracteristica elementului;

- *controlabilă în curent* (fig. 1.10.d), dacă unei valori precizate a curentului îi corespunde o valoare unică a tensiunii, existând o funcţie $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ astfel încât $u=f(i)$ să reprezinte caracteristica elementului.

Caracteristicile strict monotone sunt controlabile şi în tensiune şi în curent.

Pentru regimurile de funcționare frecvent analizate se utilizează:

- *caracteristica statică*, valabilă în curent continuu;
- *caracteristica de curent alternativ*, care exprimă interdependența valorilor eficace ale unor semnale periodice de aceeaşi frecvență;
- *caracteristica dinamică*, care precizează interdependența valorilor momentane, într-un regim de funcționare dat.

Parametrii unui rezistor neliniar se definesc pentru un *punct de funcționare* $\mathrm{P}(U,I)$ al caracteristicii *u* - *i* (fig. 1.11).

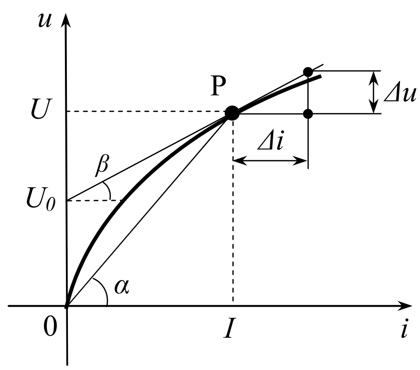


Fig. 1.11

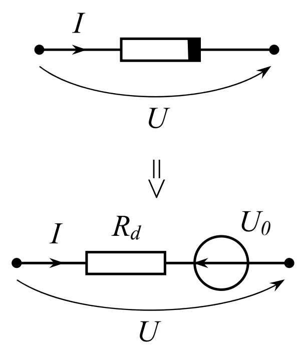


Fig. 1.12

Rezistența statică în punctul de funcționare P este definită astfel:

$$R_s=\left.\frac{U}{I}\right|_{\mathrm{P}} , \tag{1.14}$$

mărimea inversă G_s numindu-se *conductanță statică*. Din fig. 1.11 se observă că R_s este proporțională cu $\mathrm{tg}\alpha$, constanta de proporționalitate fiind raportul de reprezentare grafică a tensiunii, respectiv curentului.

Rezistența dinamică este definită astfel:

$$R_d=\lim_{\Delta i\to 0}\left.\frac{\Delta u}{\Delta i}\right|_{\mathrm{P}}=\left.\frac{du}{di}\right|_{\mathrm{P}} , \tag{1.15}$$

mărimea inversă G_d numindu-se *conductanță dinamică*. Din fig. 1.11 se observă că R_d este proporțională cu $\mathrm{tg}\beta$.

Pentru punctul de funcționare P, rezistorul neliniar admite *schema echivalentă liniarizată* din fig. 1.12, în care U_0 este ordonata precizată în fig. 1.11, deoarece există relația evidentă

$$U = U_0 + R_d\, I\,. \tag{1.16}$$

În cazul unui rezistor liniar $R_s = R_d = R$, dar pentru un rezistor neliniar R_s şi R_d sunt, în general, diferite ca valoare pentru un acelaşi punct de funcţionare.

1.2.4. *Dioda semiconductoare*

Dioda este un element dipolar nebilateral, ale cărui proprietăţi de conducţie diferă net pentru cele două sensuri (polarităţi) posibile ale tensiunii la borne. Caracteristica reală u - i este puternic neliniară (fig. 1.13.a), în analiza circuitelor utilizându-se aproximări obţinute prin liniarizarea pe porţiuni (fig. 1.13.b şi c).

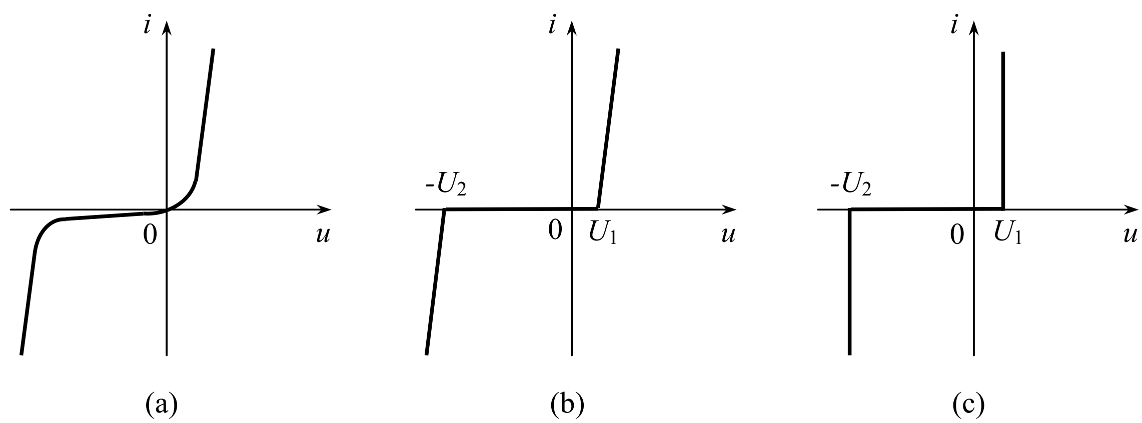


Fig. 1.13

Dioda ideală, cu simbolul prezentat în fig. 1.14.a, este dioda pentru care se admite caracteristica aproximantă din fig. 1.14.b. Ea se poate afla în una din cele două stări posibile:

- *starea de conducţie*, dacă $u = 0$ şi $i \rangle 0$;
- *starea de blocare*, dacă $i = 0$ şi $u \langle 0$.

Dioda ideală este un element nedisipativ, puterea instantanee primită pe la borne fiind nulă în oricare din cele două stări.

Dioda semiconductoare (reală), având simbolul din fig. 1.14.c, admite o schemă echivalentă conţinând o diodă ideală şi o sursă ideală de tensiune (fig. 1.14.d), pentru starea de conducţie. Schema echivalentă poate fi completată cu o rezistenţă înseriată, valoarea acesteia fiind determinată de panta caracteristicii aproximante din fig. 1.13.b. Ca element fizic de circuit, dioda semiconductoare este disipativă, puterea instantanee absorbită fiind inferioară puterii maxime P_m pe care aceasta o poate disipa:

$$p = u\,i \le P_m\,. \tag{1.17}$$

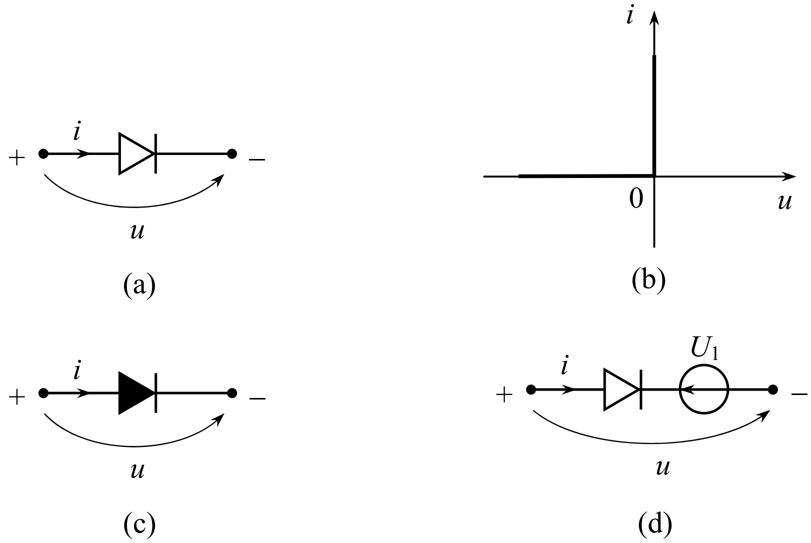


Fig. 1.14

Rezultă că, pentru montajul din fig. 1.15.a, punctul de funcționare M al diodei nu poate depăşi intersecția cu curba b, de ecuație $u\,i = P_m$ (fig. 1.15.b).

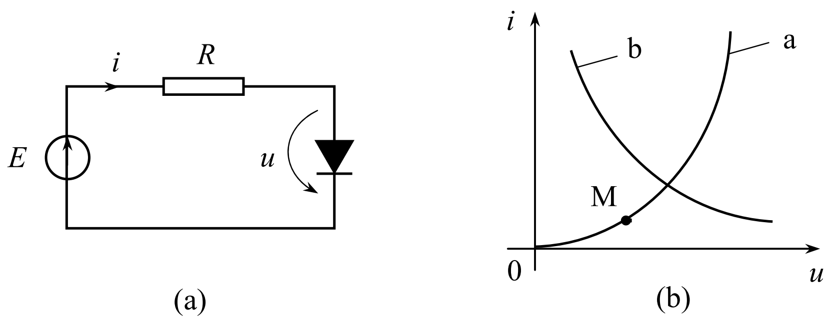


Fig. 1.15

Stabilirea poziției punctului de funcționare al diodei se poate face prin trasarea *dreptei de sarcină* (fig. 1.16).

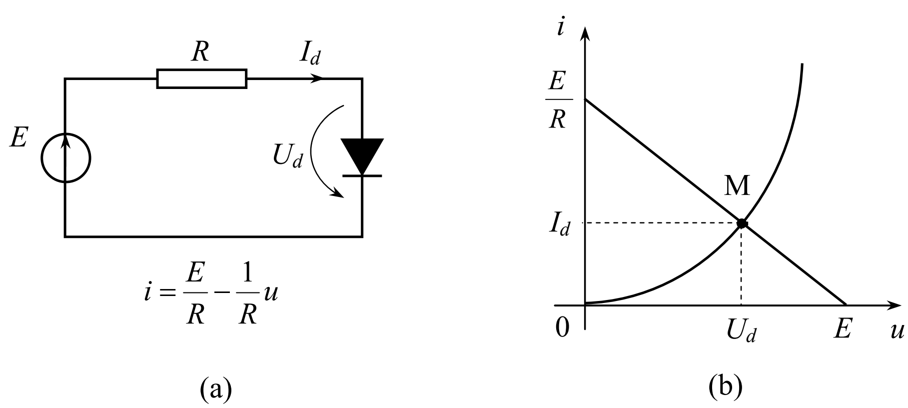


Fig. 1.16

1.2.5. *Bobina ideală*

Elementul dipolar acumulator de energie magnetică, obținut din bobina reală prin neglijarea rezistenței electrice a acesteia, se numeşte *bobină ideală*. Relația de definiție a bobinei ideale este

$$u = \frac{d\varphi}{dt} \ , \tag{1.18}$$

în care φ este fluxul magnetic al bobinei şi u este tensiunea la borne.

Bobina liniară prezintă o dependență $\varphi - i$ liniară (fig. 1.17.a), de forma

$$\varphi = L\, i \tag{1.19}$$

în care L este *inductivitatea* (*inductanța*) bobinei. Inversul coeficientului L, notat cu Γ, se numeşte *inductivitate (inductanță) reciprocă.* În cazul bobinei liniare, inductivitatea L nu depinde de u şi i, rămânând constantă.

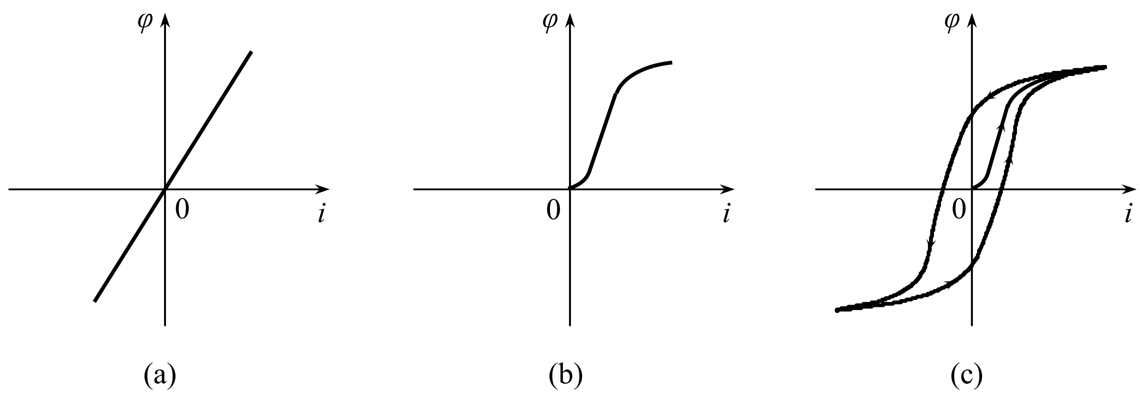


Fig. 1.17

Bobina neliniară (cu miez feromagnetic) prezintă o dependență $\varphi - i$ (caracteristică magnetică) neliniară (fig. 1.17.b). Forma caracteristicii magnetice depinde de modul de variație în timp al mărimilor. Astfel, pentru o excitație alternativă ia forma unui ciclu de histerezis a cărui lățime creşte cu frecvența (fig. 1.17.c).

Pentru *bobina cu inductivitate constantă*, relația de definiție devine

$$u = L\,\frac{di}{dt} \ , \tag{1.20}$$

de unde, pentru intervalul dintre momentul inițial t_0 şi un moment oarecare t, rezultă:

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u\,dt. \qquad (1.21)$$

Simbolurile bobinei ideale liniare, respectiv neliniare, se prezintă în fig. 1.18.a, respectiv b, iar o posibilă schemă echivalentă, asociată relației (1.21) este redată în fig. 1.18.c, în care s-a notat cu i al doilea termen din membrul drept al relației anterior menționate. Dată fiind tensiunea la bornele bobinei în intervalul $[t_0, t]$, pentru determinarea intensității curentului la momentul t este necesară cunoașterea *mărimii de stare inițială a bobinei*, $i(t_0)$.

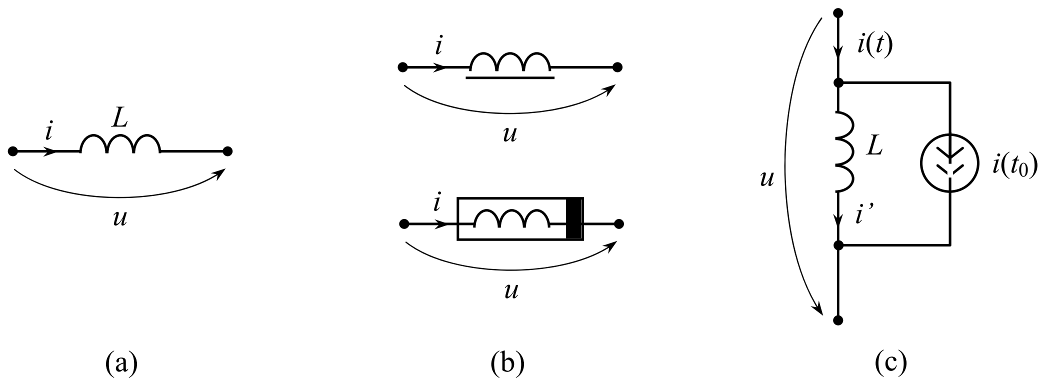


Fig. 1.18

Puterea primită la borne de bobina liniară ideală, cu L = const., este:

$$p = u\,i = i\,L\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{L\,i^2}{2}\right), \qquad (1.22)$$

egală deci cu viteza de creştere în timp a energiei câmpului magnetic al bobinei:

$$W_m(t) = \int_{t_0}^{t} L\,i\frac{di}{dx}\,dx = \frac{1}{2}L\left[i^2(t) - i^2(t_0)\right]. \qquad (1.23)$$

Energia livrată pe la borna bobinei, în intervalul de timp considerat, este deci

$$W_m(t) - W_m(t_0) = \frac{1}{2}L\,i^2(t). \qquad (1.24)$$

În cazul bobinei ideale neliniare, puterea instantanee primită la borne este

$$p = u\,i = i\frac{d\varphi}{dt}. \qquad (1.25)$$

Rezultă, pentru energia primită în intervalul $[t_0, t]$

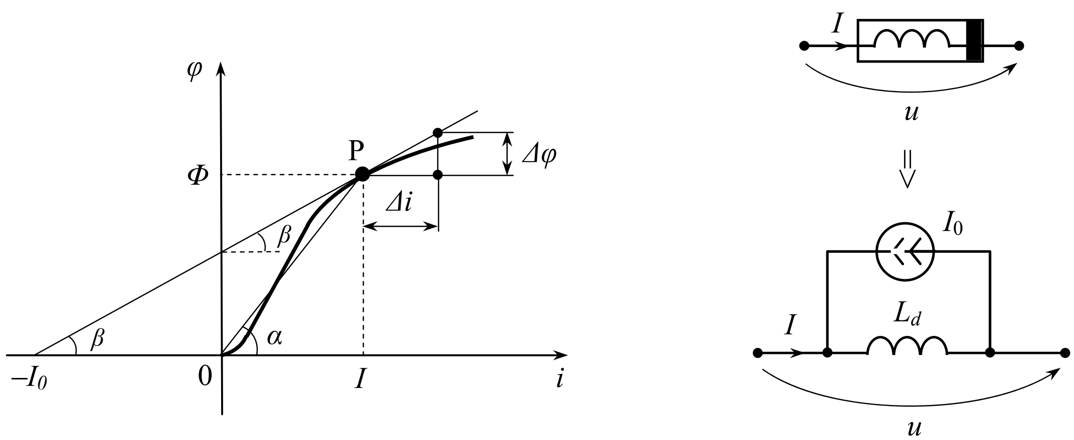
$$W_m = \int_{t_0}^{t} p\,dt = \int_{t_0}^{t} i\,d\varphi\,, \tag{1.26}$$

iar pentru energia primită la parcurgerea completă a curbei (C) a ciclului de histerezis:

$$W_m = \int_{(C)} i\,d\varphi\,. \tag{1.27}$$

Datorită pierderilor în miezul bobinei neliniare, aceasta apare ca un element disipativ, chiar dacă rezistența înfăşurării este nulă. Doar atunci când caracteristica magnetică a bobinei nu prezintă histerezis, bobina ideală este un element nedisipativ.

Parametrii bobinelor neliniare se definesc pentru un punct de funcționare $\mathrm{P}(I,\Phi)$ al caracteristicii magnetice (fig. 1.19.a).



(a) (b)

Fig. 1.19

Inductivitatea statică într-un punct de funcționare $\mathrm{P}(I,\Phi)$ este definită astfel:

$$L_S = \frac{\Phi}{I} = \frac{\varphi}{i}\bigg|_P\,, \tag{1.28}$$

deci proporțională cu $\mathrm{tg}\alpha$ (fig. 1.19.a).

Inductivitatea dinamică în punctul de funcționare arbitrar $\mathrm{P}(I,\Phi)$ este (fig. 1.19.a):

$$L_d = \lim_{\Delta i \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta i}\bigg|_{\mathrm{P}} = \frac{d\varphi}{di}\bigg|_{\mathrm{P}} , \tag{1.29}$$

proporțională cu $\mathrm{tg}\beta$.

Pentru punctul de funcționare P, bobina neliniară admite schema echivalentă liniarizată din fig. 1.19.b, bazată pe relația evidentă

$$I = \frac{1}{L_d}\Phi - I_0 . \tag{1.30}$$

În cazul unei bobine liniare neparametrice, $L_s = L_d = L$, unde L este inductivitatea proprie a bobinei. Pentru bobinele neliniare, L_s şi L_d au valori diferite pentru acelaşi punct de funcționare.

1.2.6. *Condensatorul ideal*

Condensatorul având între armături un dielectric perfect izolant se numeşte *condensator ideal* şi este un element dipolar acumulator de energie electrică. Relația de definiție a condensatorului ideal este:

$$i = \frac{dq}{dt} , \tag{1.31}$$

în care q este sarcina electrică a unei armături.

Condensatorul liniar prezintă o dependență q - u liniară (fig. 1.20.a), adică

$$q = C u , \tag{1.32}$$

în care C este *capacitatea electrică* a condensatorului. Inversul mărimii C se notează cu S şi se numeşte *elastanță*. Pentru condensatoarele liniare şi neparametrice, mărimile C şi S sunt constante, cu valori ce nu depind de q sau u.

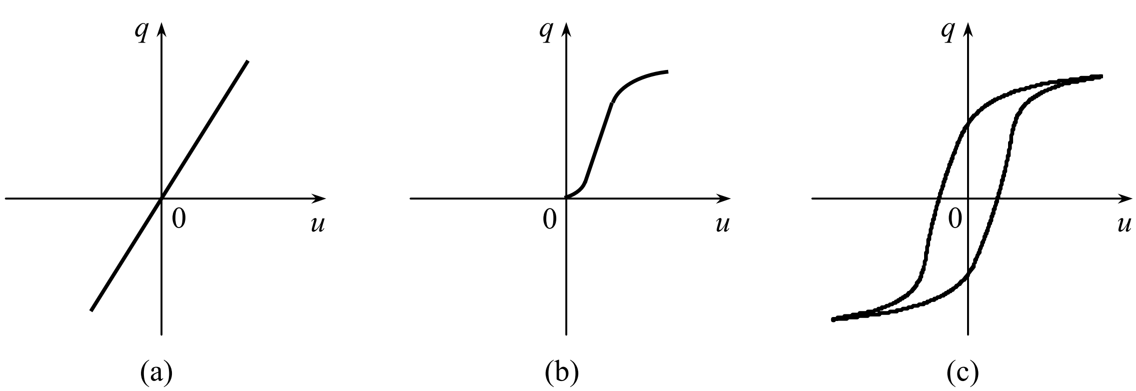


Fig. 1.20

Condensatorul neliniar are caracteristica de încărcare q - u neliniară (fig. 1.20.b), forma acesteia depinzând de modul de variație în timp a mărimilor. Dacă dielectricul dintre armături este un material cu histerezis electric, atunci caracteristica q - u are forma din fig. 1.20.c. Pentru un condensator neliniar ideal se consideră neglijabil curentul de conducție prin dielectricul dintre armături.

În cazul condensatorului cu capacitate constantă, relația de definiție devine

$$i = C\frac{du}{dt} \ , \tag{1.33}$$

în care u este tensiunea electrică la bornele condensatorului.

Pentru un interval de timp oarecare $[t_0, t]$, se obține:

$$u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i dt \ . \tag{1.34}$$

Simbolurile condensatorului liniar, respectiv neliniar, se prezintă în fig. 1.21.a, respectiv b, iar o posibilă schemă echivalentă, ce corespunde relației (1.34), este dată în fig. 1.21.c, unde s-a notat cu u_C al doilea termen din membrul drept al relației (1.34).

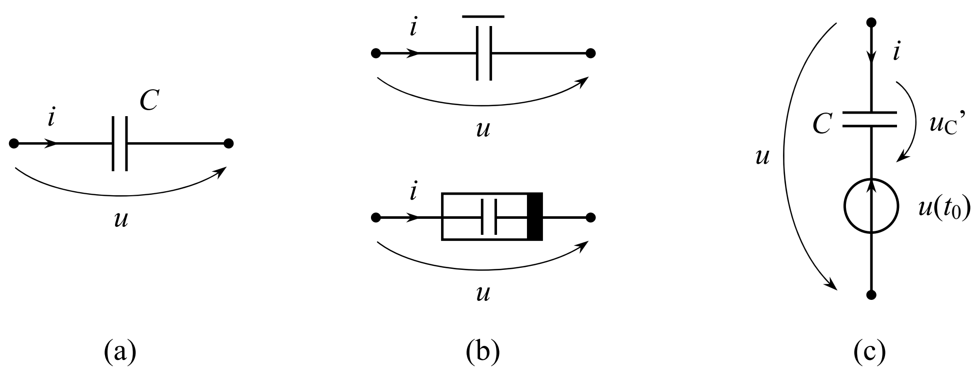


Fig. 1.21

Dat fiind curentul ce parcurge condensatorul în intervalul $[t_0, t]$, pentru determinarea tensiunii la borne în momentul t este necesară cunoaşterea *mărimii de stare inițială a condensatorului* $u(t_0)$.

Puterea primită la borne de condensatorul liniar ideal cu C = const. este:

$$p = ui = uC\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{Cu^2}{2}\right). \tag{1.35}$$

Această putere este egală cu viteza de creştere în timp a energiei câmpului electric al condensatorului:

$$W_e(t) = \int_{t_0}^{t} C\,u\,\frac{du}{dx}\,dx = \frac{1}{2}C\left[u^2(t) - u^2(t_0)\right]. \tag{1.36}$$

Energia primită de condensator pe la borne, în intervalul de timp considerat, este:

$$W_e(t) - W_e(t_0) = \frac{1}{2}Cu^2(t). \tag{1.37}$$

În cazul condensatorului neliniar ideal, puterea momentană primită pe la borne este:

$$p = u\,i = u\frac{dq}{dt}\ , \tag{1.38}$$

iar energia primită în intervalul $[t_0, t]$ este

$$W_e = \int_{t_0}^{t} pdt = \int_{t_0}^{t} udq\ . \tag{1.39}$$

Dacă dielectricul prezintă o curbă de histerezis (C), energia primită la parcurgerea completă a acestei curbe este:

$$W_e = \int_{(C)} udq\ . \tag{1.40}$$

Un astfel de condensator este disipativ, cu pierderi în dielectric. Condensatoarele pentru care caracteristica de încărcare nu prezintă histerezis sunt elemente nedisipative.

Parametrii condensatoarelor neliniare se definesc pentru un punct de funcționare $\mathrm{P}(u, q)$ al caracteristicii de încărcare electrică (fig. 1.22.a).

Capacitatea statică se defineşte astfel:

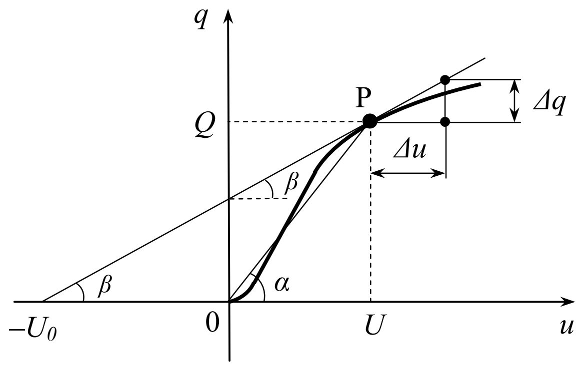
$$C_s = \frac{Q}{U} = \left.\frac{q}{u}\right|_{\mathrm{P}}, \tag{1.41}$$

deci proporțională cu $\mathrm{tg}\,\alpha$ (fig. 1.22.a).

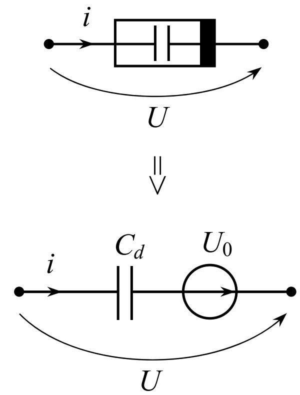
Capacitatea dinamică este, prin definiție:

$$C_d = \lim_{\Delta u \to 0}\frac{\Delta q}{\Delta u} = \left.\frac{dq}{du}\right|_{P}, \tag{1.42}$$

proporțională deci cu $\mathrm{tg}\,\beta$ (fig. 1.22.a).



(a)



(b)

Fig. 1.22

Pentru punctul de funcționare P, condensatorul neliniar admite schema echivalentă liniarizată din fig. 1.22.b, existând relația evidentă

$$U = \frac{1}{C_d} Q - U_0 . \tag{1.43}$$

În cazul unui condensator liniar $C_s = C_d = C$, dar pentru condensatoarele neliniare C_s şi C_d au, în general, valori diferite pentru un acelaşi punct de funcționare.

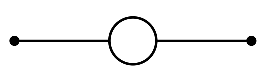
1.2.7. *Elemente dipolare anormale*

Pentru întocmirea unor scheme echivalente, se folosesc uneori elemente dipolare anormale pentru care există două relații de definiție sau nici una.

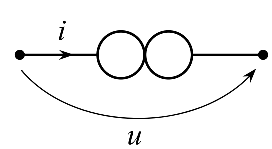
Nulatorul este elementul dipolar de circuit pentru care, prin definiție, atât tensiunea la borne cât şi curentul absorbit sunt nule

$$u = 0, \quad i = 0 . \tag{1.44}$$

Simbolul nulatorului este indicat în fig. 1.23.a. Puterea la bornele nulatorului este nulă.



(a)



(b)

Fig. 1.23

Folosind un nulator, se poate modela poarta de intrare a unui amplificator operațional.

Noratorul este elementul dipolar de circuit (fig. 1.23.b) pentru care tensiunea *u* la borne şi curentul *i* pot lua valori arbitrare. Se poate spune că noratorul nu are nici o relație de definiție. Mărimile *u* şi *i* asociate noratorului se determină folosind teoremele lui Kirchhoff şi ecuațiile celorlalte elemente de circuit.

Noratorul poate modela poarta de ieşire a unui amplificator operațional, pentru care tensiunea şi curentul sunt practic determinate de elemente exterioare amplificatorului.

1.2.8. *Elemente dipolare reale*

Circuitele concrete sunt constituite din elemente reale de circuit (sursa reală de tensiune, bobina reală, condensatorul cu pierderi etc.), care pot fi modelate prin scheme echivalente ce conțin elemente ideale interconectate.

Astfel, în regim staționar, o sursă reală poate admite reprezentarea Thévenin (fig. 1.24.a) sau reprezentarea Norton (fig. 1.24.b), corespunzând ecuației funcționale scrisă în forma

$$U = E - rI\,, \tag{1.45}$$

sau în forma

$$I = \frac{E}{r} - \frac{U}{r}\,. \tag{1.46}$$

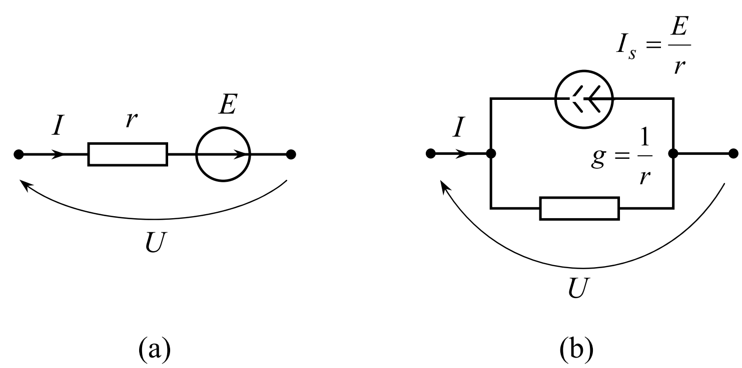


Fig. 1.24

Pentru o bobină reală, rezistența înfăşurării nu mai poate fi neglijată, tensiunea la borne fiind suma dintre o cădere de tensiune rezistivă şi o cădere de tensiune inductivă:

$$U = R\,i + L\frac{di}{dt}\,. \tag{1.47}$$

Pentru frecvenţe de lucru relativ ridicate, trebuie luate în considetaţie capacităţile (parazite) dintre spirele bobinei (fig. 1.25.a).

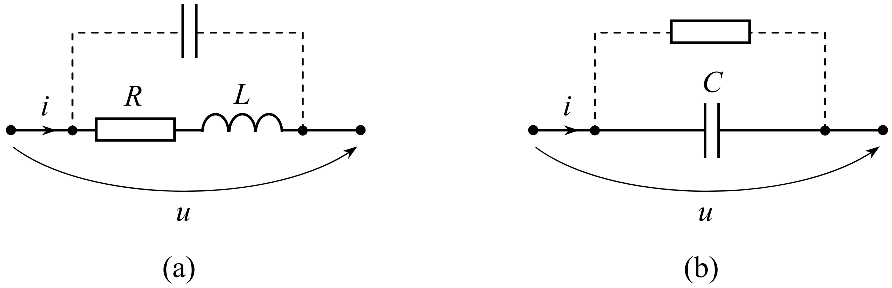


Fig. 1.25

În schema echivalentă a condensatoarelor cu dielectric imperfect izolant se ia în consideraţie conductanţa acestuia (fig. 1.25.b).

1.2.9. *Unistorul şi giristorul*

Unele metode de analiză topologică a circuitelor electrice implică definirea unor elemente ideale particulare.

Unistorul este o sursă de curent particulară, ideală, pentru care intensitatea curentului debitat este univoc determinată de tensiunea electrică dintre o bornă a sa şi o bornă de referinţă precizată (fig. 1.26.a). Borna de referinţă poate fi comună pentru toate unistoarele din circuit.

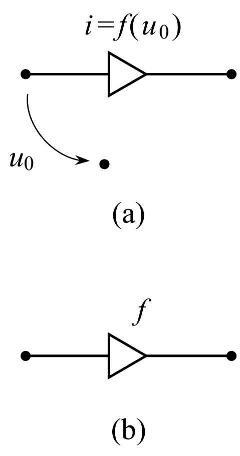


Fig. 1.26

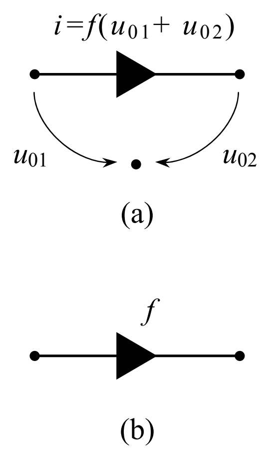


Fig. 1.27

Funcţia generalizată f poate conţine derivate şi integrale de timp ale tensiunii u_0. Dacă, prin convenţie, se orientează sensul curentului în sensul săgeţii, unistorul se poate reprezenta simplificat (fig. 1.26.b).

Giristorul este o sursă ideală de curent, particulară, pentru care intensitatea curentului debitat este univoc determinată de suma tensiunilor u_{01} şi u_{02} dintre bornele sale şi o bornă de referinţă precizată (fig. 1.27.a). Atunci când borna de referinţă este cunoscută, se poate utiliza simbolul simplificat din fig. 1.27.b. În majoritatea cazurilor, funcţia generalizată *f* este liniară.

1.3. Elemente de circuit diport

Elementele de circuit diport normale au fiecare câte două relaţii de definiţie. Simbolul general pentru un element de circuit diport poate fi cel din fig. 1.28.a, caz în care expresia conservării puterilor este $p_1 = p_2$, sau cel din fig. 1.28.b, caz în care se operează cu puterile algebrice primite la cele două porţi.

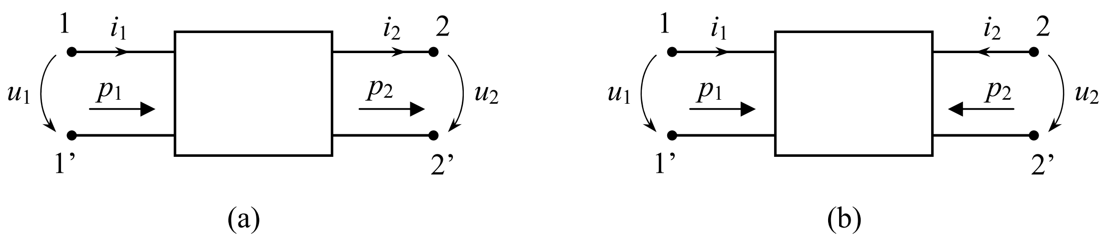


Fig. 1.28

1.3.1. *Surse comandate*

O sursă se numeşte independentă dacă mărimea caracteristică (e sau i_s) nu depinde de mărimile electrice din restul circuitului. În caz contrar, sursa se numeşte comandată. Comanda se poate face printr-o tensiune sau printr-un curent. Se definesc patru tipuri de surse comandate:

a) Sursă de tensiune comandată de tensiune (STT);
b) Sursă de tensiune comandată de curent (STC);
c) Sursă de curent comandată de tensiune (SCT);
d) Sursă de curent comandată de curent (SCC).

Simbolurile, relaţiile de definiţie şi puterile porţilor sunt indicate în tabelul 1.1, pentru toate tipurile de surse comandate. Mărimile de comandă sunt parametri constanţi.

Sursele comandate sunt elemente diport active, cu rol esenţial în modelarea unor elemente sau dispozitive complexe de circuit. Ansamblul sursă comandată - latură de comandă se numeşte *transactor*, element activ, liniar si nereciproc.

Exprimarea matriceală a relaţiilor de definiţie este următoarea:

a) Pentru STT:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix} \tag{1.48}$$

b) Pentru STC:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \tag{1.49}$$

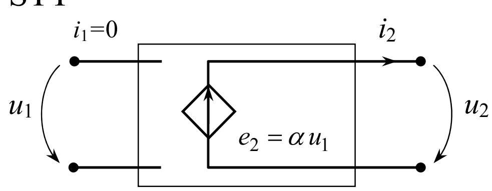
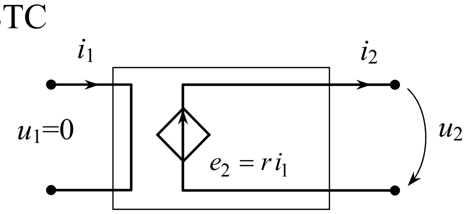
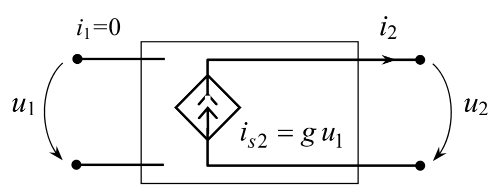
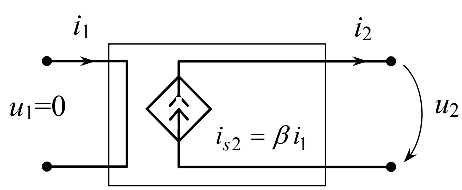
c) Pentru SCT:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \tag{1.50}$$

d) Pentru SCC:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix} \tag{1.51}$$

Tabelul 1.1

Simbol şi relaţii de definiţie	Puteri	Mărime de comandă
STT 	$p_1 = u_1\, i_1 = 0$ $p_2 = u_2\, i_2 = \alpha\, u_1 i_2$	α - amplificare în tensiune
STC 	$p_1 = u_1\, i_1 = 0$ $p_2 = u_2\, i_2 = r\, i_1 i_2$	r- rezistenţă de comandă
SCT 	$p_1 = u_1\, i_1 = 0$ $p_2 = u_2\, i_2 = g\, u_1 u_2$	g- conductanţă de comandă
SCC 	$p_1 = u_1\, i_1 = 0$ $p_2 = u_2\, i_2 = \beta\; i_1 u_2$	β - amplificare în curent

Conectarea în cascadă a transactorilor, conduce la un transactor echivalent. În fig. 1.29 se indică sugestiv tipul transactorului echivalent obținut pentru fiecare din cele patru conexiuni în cascadă posibile.

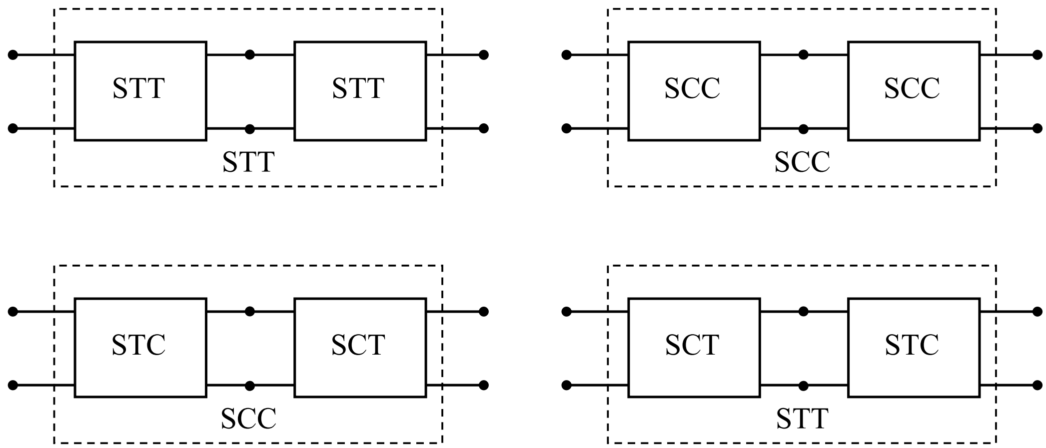


Fig.1.29

1.3.2. *Convertoare negative*

Există montaje ce permit obținerea unor rezistențe negative, ca urmare a unei conversii de tensiune sau de curent.

Convertorul negativ de curent are simbolul din fig. 1.30.a, relațiile caracteristice fiind exprimate matricial astfel:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \tag{1.52}$$

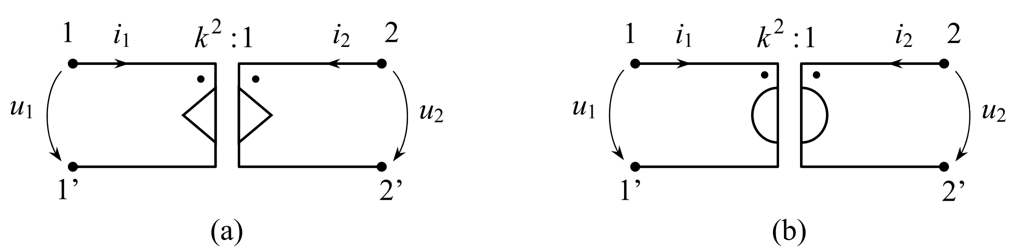


Fig. 1.30

Presupunând că la bornele porții secundare este conectat un rezistor de rezistență R, se obține:

$$u_1 = u_2 = -R\ i_2 = -k^2 R\ i_1\ , \tag{1.53}$$

de unde se vede că rezistența echivalentă a porții de intrare este negativă:

$$R_{e_1} = \frac{u_1}{i_1} = -k^2 R \ , \tag{1.54}$$

întrucât k^2 este o constantă reală pozitivă.

Convertorul negativ de tensiune are simbolul din fig. 1.30.b, exprimarea matriceală a relațiilor caracteristice fiind:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -k^2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \tag{1.55}$$

Dacă la bornele porții secundare ar fi conectat un rezistor de rezistență *R*, atunci

$$u_1 = -k^2 u_2 = -k^2 \left(- R\, i_2\right) = -k^2 R\, i_1 \ , \tag{1.56}$$

de unde rezultă că rezistența echivalentă "văzută" pe la bornele porții de intrare este negativă.

1.3.3. *Giratorul*

Se defineşte giratorul ca un element diport (fig. 1.31.a)

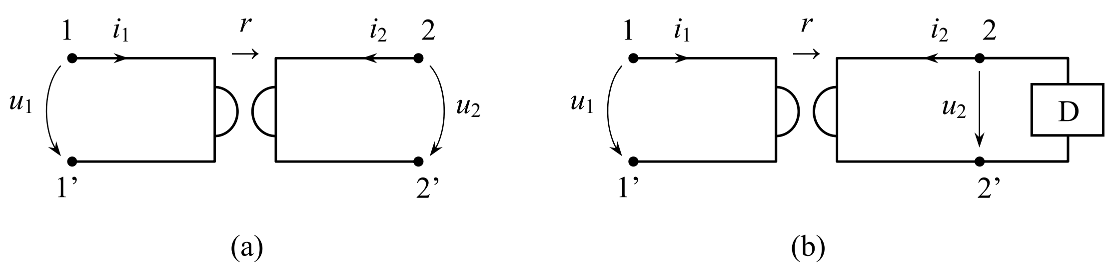


Fig. 1.31

cu următoarele relații caracteristici:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad \text{sau} \quad \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \tag{1.57}$$

în care *r* se numeşte *rezistență de girație*, iar $g = \dfrac{1}{r}$ este *conductanța de girație*.

Giratorul este un element nedisipativ, energia primită de acesta într-un interval de timp oarecare fiind nulă:

$$W(t)=\int_{t_0}^{t} p\,dt=\int_{t_0}^{t}\left(u_1\,i_1+u_2\,i_2\right)dt=\int_{t_0}^{t}\left(-r\,i_2\,i_1+r\,i_1\,i_2\right)dt=0\,. \quad (1.58)$$

Se consideră situația în care, la bornele secundare, a fost conectat un element dipolar pasiv D (fig. 1.31.b).

Dacă elementul D este un rezistor de rezistență R_2, atunci se obține

$$u_1=-r\,i_2=-r\left(-\frac{u_2}{R_2}\right)=\left(\frac{r}{R_2}\right)r\,i_1=\frac{r^2}{R_2}i_1\ , \quad (1.59)$$

adică rezistența echivalentă “văzută” pe la bornele porții de intrare

$$R_{e\,1}=\frac{u_1}{i_1}=\frac{r^2}{R_2} \quad (1.60)$$

este proporțională cu conductanța de sarcină.

Dacă elementul D este un condensator de capacitate electrică C_2, rezultă:

$$u_1=-r\,i_2=-r\left(-C_2\frac{du_2}{dt}\right)=\left(r\,C_2\right)r\frac{di_1}{dt}=r^2\,C_2\frac{di_1}{dt}=L_1\frac{di_1}{dt}, \quad (1.61)$$

unde s-a notat

$$L_1=r^2\,C_2\,. \quad (1.62)$$

Giratorul se poate deci utiliza ca simulator de inductanțe.

Dacă elementul D este o bobină ideală, de inductanță L_2, rezultă:

$$i_1=g\,u_2=g\left(-L_2\frac{di_2}{dt}\right)=\left(g\,L_2\right)g\frac{du_1}{dt}=g^2\,L_2\frac{du_1}{dt}=C_1\frac{du_1}{dt}\ , \quad (1.63)$$

unde s-a folosit notația

$$C_1=g^2\,L_2\,. \quad (1.64)$$

Giratorul poate fi modelat printr-o schemă cu surse de tensiune comandate de curent (fig. 1.32.a) sau cu ajutorul a două surse de curent comandate în tensiune (fig. 1.32.b).

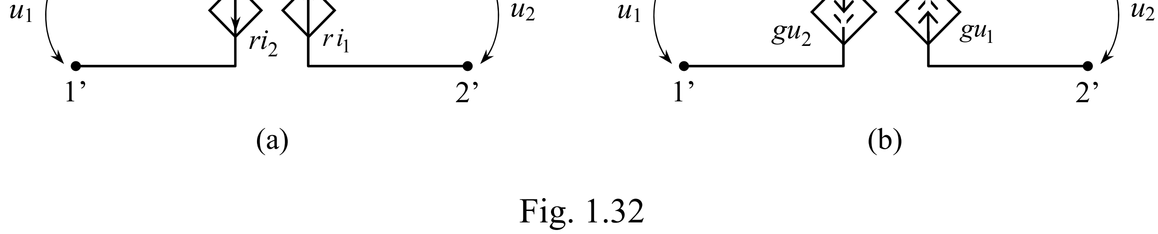


Fig. 1.32

1.3.4. *Transformatorul ideal*

Elementul diport care transformă tensiunile şi curenții porților conform relațiilor

$$u_1 = n\,u_2 \qquad \text{şi} \qquad i_1 = \frac{1}{n}\,i_2 \tag{1.65}$$

se numeşte *transformator ideal*. Parametrul real pozitiv n se numeşte *raport de transformare*.

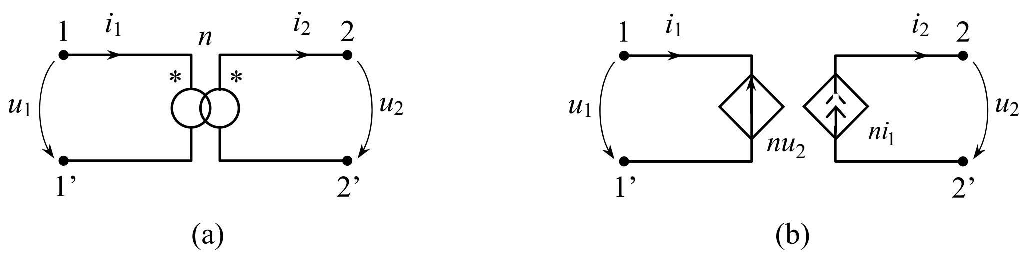


Fig. 1.33

Relațiile (1.65) corespund sensurilor de referință din fig. 1.33.a, în care bornele de acelaşi nume au fost notate cu câte un asterisc.

Transformatorul ideal transferă fără pierderi puterea de la poarta 11' la poarta 22':

$$p_1 = u_1\,i_1 = n\,u_2\,\frac{i_2}{n} = u_2\,i_2 = p_2\,. \tag{1.66}$$

Presupunând că la poarta secundară se conectează un rezistor de rezistență R, rezultă că rezistența echivalentă în raport cu bornele de intrare 11' este:

$$R_{e1} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{n\,u_2}{\frac{1}{n}\,i_2} = n^2 R\,. \tag{1.67}$$

Transformatorul ideal admite schema echivalentă cu surse comandate din fig. 1.33.b.

1.3.5. *Perechea de bobine cuplate magnetic*

Relațiile ce definesc *perechea de bobine ideale cuplate magnetic* (fig. 1.34.a), având inductivitățile proprii L_1, L_2 şi inductivitatea mutuală $L_{12} = L_{21} = M$, sunt următoarele

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \, ,$$
$$u_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \, , \tag{1.68}$$

corespunzând asocierii sensurilor de referință din fig. 1.34.a.

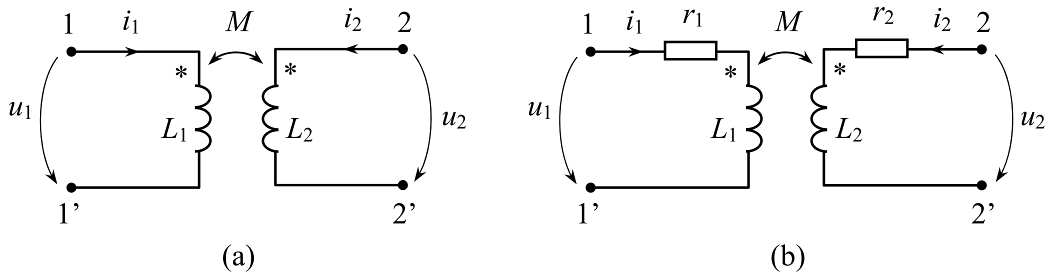


Fig. 1.34

Puterea instantanee totală primită pe la borne de cele două bobine ideale cuplate este egală cu viteza de creştere în timp a energiei magnetice W_m acumulată în câmpul lor magnetic:

$$p = u_1\, i_1 + u_2\, i_2 = \frac{d}{dt}\left(\frac{L_1\, i_1^2}{2} + \frac{L_2\, i_2^2}{2} + M\, i_1\, i_2 \right) = \frac{dW_m}{dt} \, . \tag{1.69}$$

În cazul a două *bobine reale cuplate magnetic* (fig. 1.34.b), intervin în ecuații rezistențele celor două înfăşurări:

$$u_1 = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \, ,$$
$$u_2 = r_2 i_2 + M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \, . \tag{1.70}$$

O parte din puterea instantanee totală primită la cele două porți este transformată prin efect electrocaloric, cealaltă parte contribuind la creşterea energiei câmpului magnetic al bobinelor cuplate:

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2 + \frac{dW_m}{dt} \, . \tag{1.71}$$

1.3.6. *Nulorul*

Asocierea celor două elemente dipolare anormale, nulatorul şi noratorul, conduce la un circuit diport normal numit *nulor* (fig. 1.35).

Relațiile de definiție sunt:

$$u_1 = 0, \quad i_1 = 0. \tag{1.72}$$

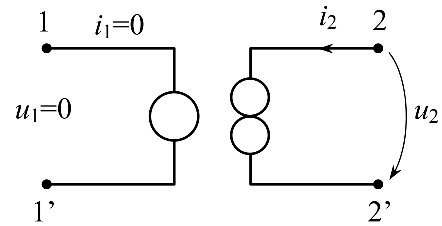


Fig. 1.35

Folosind nulorul, se pot construi scheme echivalente pentru toate elementele diport prezentate.

1.4. Amplificatorul operațional

Amplificatorul operațional este un dispozitiv electronic multiterminal utilizat în circuitele logice, de control sau în telecomunicații. Reprezentarea simbolică (fig. 1.36.a) evidențiază tensiunile de intrare u_- şi u_+, precum şi tensiunea de ieşire u_0. Curenții i_- şi i_+ au intensități neglijabile (microamperi).

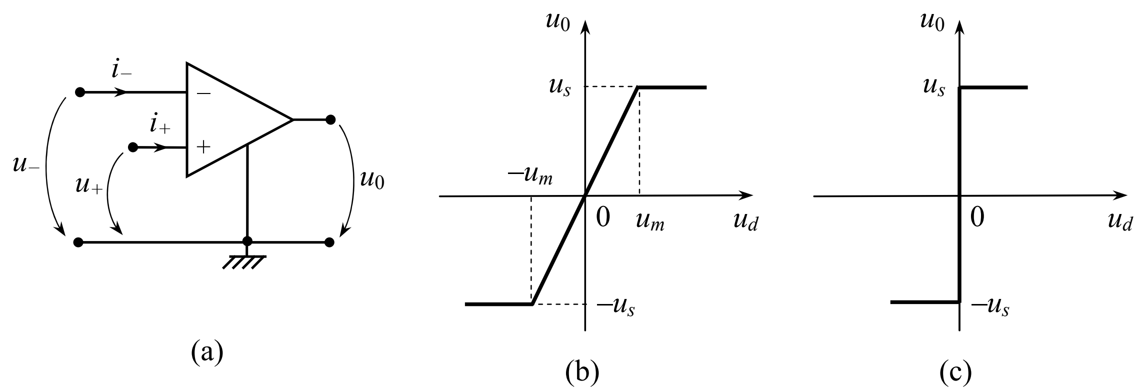


Fig. 1.36

Pe lângă cele trei terminale prezentate în simbol, amplificatorul operațional are încă două terminale de alimentare care, de obicei, nu sunt indicate.

Tensiunea de ieşire u_0 este

$$u_0 = A(u_+ - u_-) = A u_d, \tag{1.73}$$

în care u_d este numită *tensiunea de intrare diferențială*, iar *A amplificare diferențială* sau *amplificare în buclă deschisă* a amplificatorului (cu valori de 10^5 până la 10^6). Dependența tensiunii u_0 de tensiunea u_d este redată aproximativ în fig. 1.36.b. Dacă u_d depăşeşte valoarea maxim admisă u_m, amplificatorul operațional intră în saturație. Amplificarea A este dată de panta porțiunii liniare nesaturate a caracteristicii.

Amplificatorul operațional ideal este obținut considerând $u_m = 0$, deci $A = \infty$, caracteristica ideală fiind aceea din fig. 1.36.c. Deoarece tensiunea de ieşire u_0 este în fază cu tensiunea u_+ şi în antifază (opoziție) cu tensiunea u_-, borna + se numeşte bornă neinversoare, iar borna − borna inversoare. Dependența tensiunii u_0 de mărimile asociate bornelor de intrare este determinată de elemente exterioare amplificatorului operațional, componente ale circuitului din care acesta face parte, aşa după cum se exemplifică în continuare.

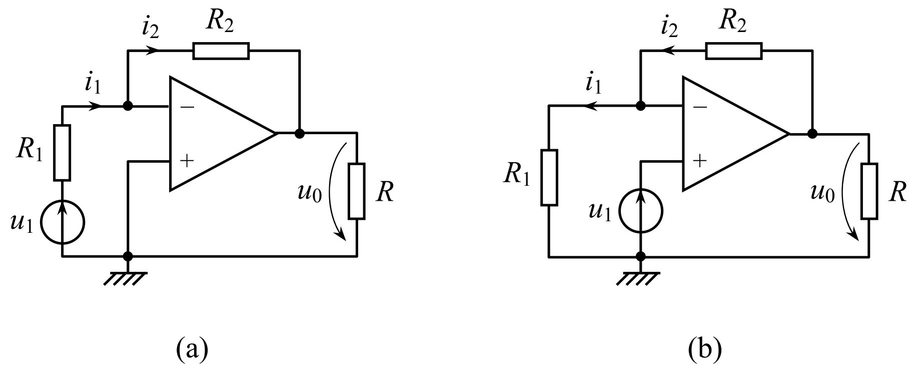


Fig. 1.37

Pentru schema din fig. 1.37.a, cunoscută ca *amplificator inversor*, deoarece $i_- = 0$, $i_1 = i_2$ şi $u_d = 0$, în condițiile unei amplificări A infinite, se obține:

$$u_0 = -R_2\, i_2 = -R_1\, i_1 = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right) u_1 = A_r\, u_1 \;, \qquad (1.74)$$

unde A_r se numeşte *amplificarea în buclă închisă*. Semnul negativ "inversează" tensiunea de ieşire în raport cu tensiunea de intrare.

În cazul *amplificatorului neinversor* (fig. 1.37.b), ipotezele anterior acceptate rămânând valabile, se obține:

$$u_0 = u_1 + R_2\, i_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_1 = A_r\, u_1 \;, \qquad (1.75)$$

în acest caz amplificarea A_r fiind o constantă pozitivă.

Relațiile (1.74) şi (1.75) arată că dependența u_0 - u_1 este dictată de elemente exterioare amplificatorului operațional (R_1 şi R_2).

Montajul *sumator de tensiuni* (fig. 1.38), pentru care

$$u_0 = -R_3\, i_3 = -R_3\left(i_1 + i_2\right) = -\frac{R_3}{R_1} u_1 - \frac{R_3}{R_2} u_2 \;, \qquad (1.76)$$

este un exemplu care confirmă afirmația privitoare la influența elementelor exterioare asupra tensiunilor u_0, u_+, u_- în interdependența lor.

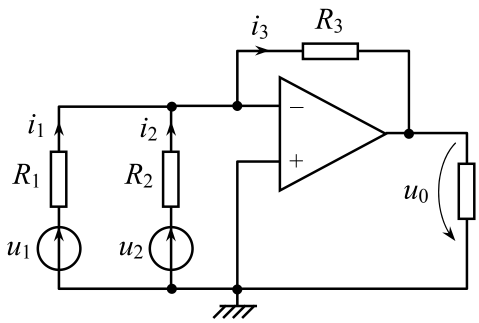


Fig. 1.38

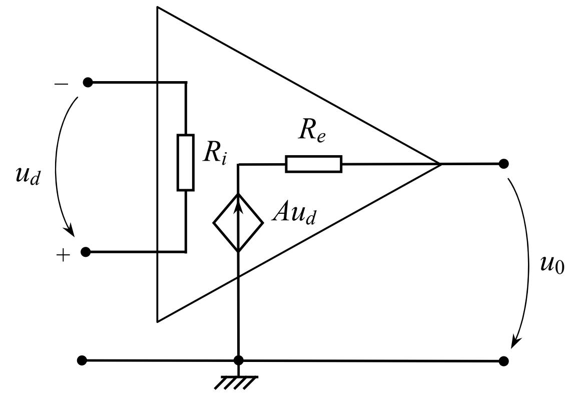
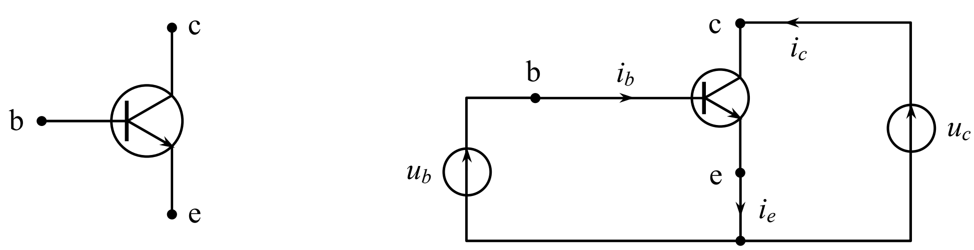


Fig. 1.39

Amplificatorul operațional neideal este acela pentru care se acceptă că amplificarea A este foarte mare, dar nu infinită, că rezistența de intrare este foarte mare dar finită şi că rezistența de ieşire este nenulă. Se ajunge astfel la schema echivalentă din fig. 1.39, pentru care valorile tipice ale elementelor sunt $A = 10^5$, $R_i = 1\,\mathrm{M}\Omega$, şi $R_e = 50\,\Omega$. Schema conține o sursă de tensiune comandată de tensiunea porții de intrare diferențială.

1.5. Tranzistorul

Din punctul de vedere al teoriei circuitelor, tranzistorul este un tripol electric ale cărui borne sunt numite bază (b), emitor (e), respectiv colector (c), simbolul fiind reprezentat în fig. 1.40.a. Pentru a deveni funcțional, cele două joncțiuni se polarizează prin conectarea unor surse de tensiune cu valori adecvate (fig. 1.40.b).



(a) (b)

Fig. 1.40

Tranzistorul este un element neliniar comandat de circuit, cele două familii de caracteristici neliniare fiind:

- caracteristicile de intrare (fig. 1.41.a), ce exprimă dependența i_b - u_{be}, pentru diverse valori ale tensiunii electrice dintre colector şi emitor;

- caracteristicile de ieşire (fig. 1.41.b), ce reprezintă dependenţa i_c - u_{ce}, pentru diverse valori ale curentului i_b.

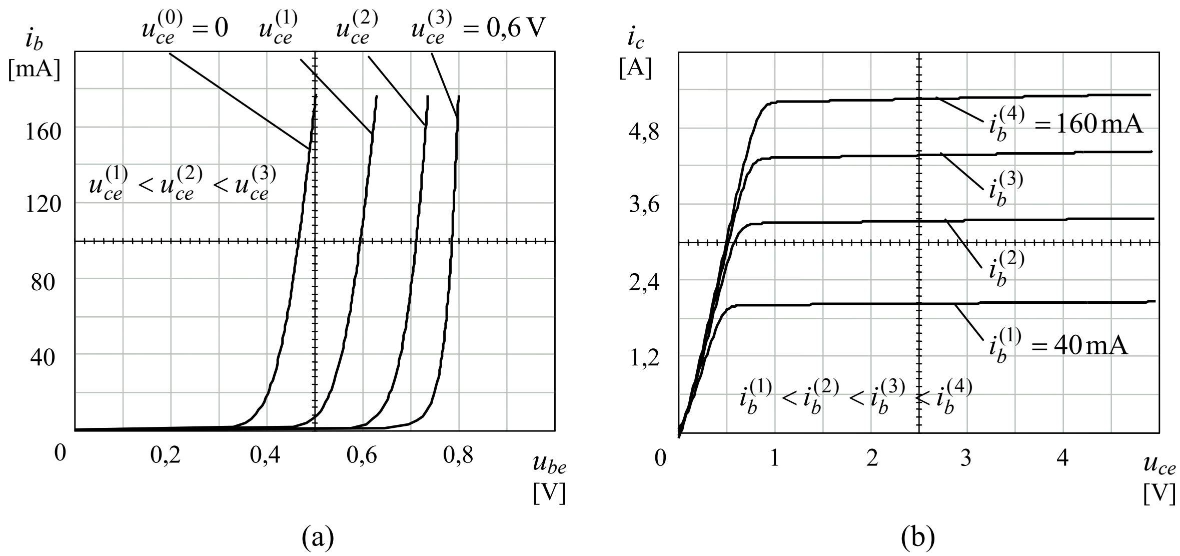


Fig. 1.41

Caracteristicile din fig. 1.41 au fost trasate pentru un tranzistor tip 2N3055.

Pentru funcţionarea în modul bază-comună, la semnale mici şi joasă frecvenţă tranzistorul admite schema echivalentă din fig. 1.42.a. La frecvenţe înalte, schema se completează cu capacităţile indicate punctat.

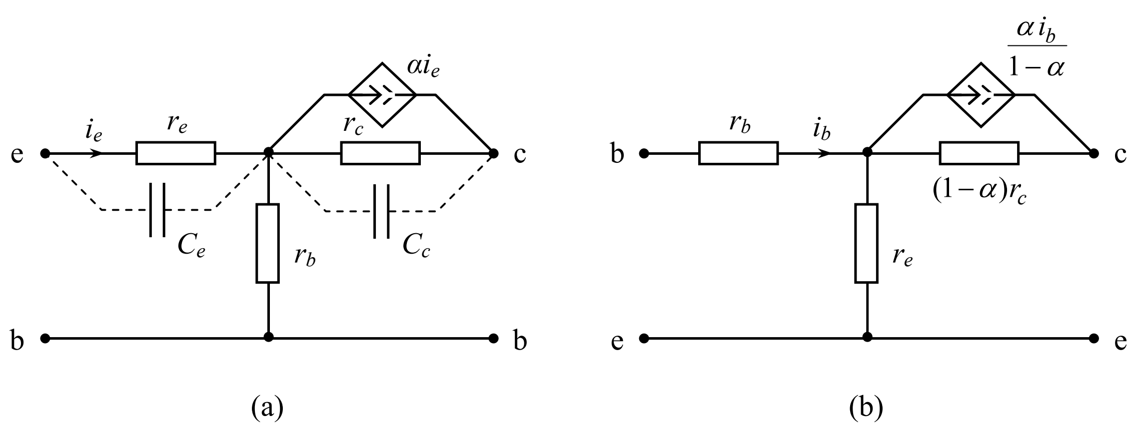


Fig. 1.42

În funcţionarea în modul emitor-comun, modelarea tranzistorului se poate face, la semnal mic şi frecvenţe joase, utilizând schema din fig. 1.42.b.

Ca şi tranzistorul bipolar, elemente de circuit precum tranzistorul cu efect de câmp, tranzistorul unijoncţiune, dioda cu patru straturi (dioda Shockley), tiristorul, admit scheme echivalente conţinând elemente uniport sau diport interconectate.